

Finitely Repeated Games with Automatic and Optional Monitoring

京都大学経済研究所

関口 格

※宮原泰之氏（神戸大学経営学研究科）との共著

本論文は、同じ著者たちによる先行研究（Miyahara and Sekiguchi, 2013, *Journal of Economic Theory*, 以下 MS）の拡張論文で、各プレーヤーが相手プレーヤーの行動を観測するかどうかを無費用で選べる繰り返しゲームに関する研究である。本論文が MS と違うのは、各プレーヤーは外生的に与えられた確率で相手プレーヤーの行動を自動的に知ることができ（自動観測）、自動観測情報が得られなかったときのみ相手プレーヤーの行動を観測するかどうかを決める（オプション観測）と仮定する点にある。標準的な完全観測下では全てのプレーヤーの自動観測確率が 1 となり、MS は全てのプレーヤーの自動観測確率が 0 となるケースを扱っている。

自動観測・オプション観測併存型モデルの解釈は、各プレーヤーが情報を見逃すというものである。実際には行動に関する正確な情報が（例えば電子メールによって）送られているが、ぼんやりしていると見逃してしまう。しかし見逃した場合でも、（例えばメールボックスをチェックするなど）情報を獲得しようと思えばできる。ここでは自動観測確率は、プレーヤーがぼんやり状態に陥る確率に対応している。

本論文は、所与の有限回繰り返しゲームの逐次均衡利得ベクトル集合が、各プレーヤーの自動観測確率の組（以下、モニタリングベクトルと呼ぶ）にどのように依存するかを考察する。主要な結果は 3 つある。第一に、モニタリングベクトル以外のすべてのパラメータ（ステージゲーム・繰り返し回数・割引因子）を所与として、モニタリングベクトルが（ベクトル不等式の意味で）弱く減少すると、逐次均衡利得ベクトル集合は（包含関係の意味で）弱く増加する。言い換えると、モニタリングベクトルが減少する前に逐次均衡として達成可能だった利得ベクトルは、モニタリングベクトルの減少後も逐次均衡として達成可能である。

第二に、上述の結果の逆に相当する命題が成り立つ。具体的には、プレーヤー数 n を固定し、 n 次元モニタリングベクトル λ と λ' で、 $\lambda \geq \lambda'$ が成立しないものを任意に固定する。このときある n プレーヤー 2 期繰り返しゲームが存在して、モニタリングベクトルが λ' のときの逐次均衡利得ベクトルは一意だが、モニタリングベクトルが λ のときの逐次均衡利得ベクトルは複数ある。第一の結果と組み合わせると、モニタリングベクトルの弱減少は、任意のステージゲームと任意の繰り返し回数と任意の割引因子のもとで、対応する繰り返しゲームの逐次均衡利得ベクトル集合が弱く増加することの必要十分条件だとわかる。これは、教科書的な自動観測のみのケースとオプション観測のみのケースで同様の結果を示した MS を大きく一般化した結論になる。

第三に、任意のモニタリングベクトルの下でフォーク定理が成り立つための、ステージゲームに対する条件について分析した。まず、教科書的な自動観測のみのケースで部分ゲーム完全均衡として達成可能な利得ベクトルは、任意のモニタリングベクトル下で逐次均衡として達成可能である。このことから、任意のモニタリングベクトル下でフォーク定理が成り立つ条件は、通常の完全観測下でフォーク定理が成り立つ条件よりも弱い。本論文の第三の結果は、前者の条件が後者の条件より厳密に弱いことを示している。具体的には、ステージゲーム均衡が一意であるにもかかわらず、任意のモニタリングベクトル下でフォーク定理が成立する例を構築した。

議論のキーは、観測オプションの行使は無費用でしかも観測不可能と仮定しているのだから、プレーヤーは自動観測確率が下がっても困らないことである。観測オプションを適宜行使することで、自動観測情報の不足を補うことができる。むしろ、自動観測確率の減少はプレーヤー間の戦略的可能性を広げてくれる。どんなに微小な自動観測確率の減少でも、またそれがたった 1 人のプレーヤーについてだけだったとしても、場合によっては新しい均衡を生みだすに十分だというのが、本論文の 1 つのメッセージである。